Управление спиновыми «кубитами» в оптических дипольных микро-ловушках

Д.В. Куприянов

ЦКТ ФФ МГУ им. М.В. Ломоносова

Участники проекта: Л.В. Герасимов, С.С. Страупе, С.П. Кулик, И.Б. Бобров, Р.Р. Юсупов, Е.В. Ковлаков, В.М. Порозова, К.С.Тихонов, А.Д. Моисеевский, И. Выборный, В.А. Пивоваров, Н.А. Мороз

Работа выполнена при поддержке **РНФ**, проект No. 18-72-10039 и при финансовой поддержке корпорации **«Росатом»** в рамках дорожной карты программы квантовых вычислений (контракты No. 868-1.3-15/15-2021 и No.P2154 -2021)

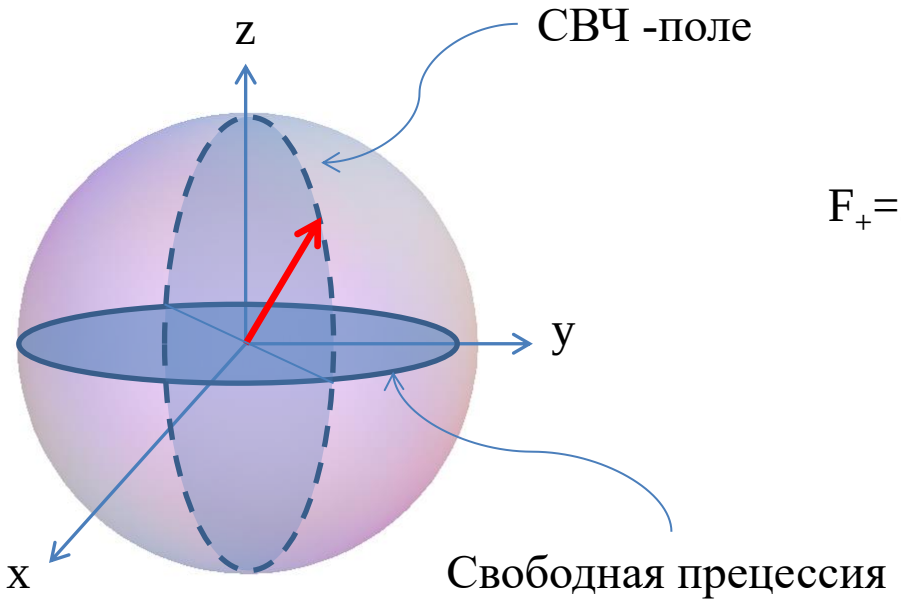
План

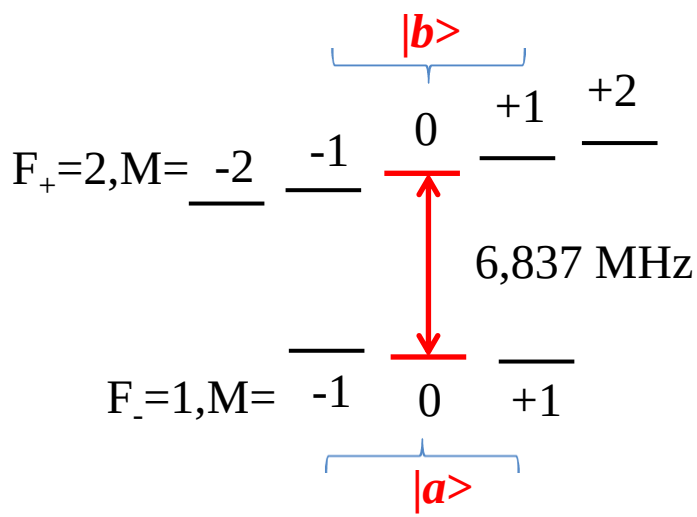
- Основные логические вентили управления атомными «кубитами».
- Декогеренция квантовых состояний.
- Оценка ошибок, вносимых в Cz-запутывание.
- Схема рамановского охлаждения.
- Заключение и перспективы
- Материал лекции основан на публикациях ЦКТ:
  - PRA **99**, 043406 (2019),
  - PRA **103**, 062426 (2021),
  - PRA **106**, 042410 (2022),
  - в которых содержатся ссылки на основные [известные нам] работы, ведущиеся в этом направлении

ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ВЕНТИЛИ УПРАВЛЕНИЯ АТОМНЫМИ «КУБИТАМИ»

(используем представление взаимодействия)

Квантовый бит в СТС ^{87}Rb





$$\hat{H}_{\mathrm{mw}}(t) = -\frac{\hbar}{2}\Omega(t)e^{-i\omega t}|b\rangle\langle a| - \frac{\hbar}{2}\Omega^*(t)e^{+i\omega t}|a\rangle\langle b|$$

Также возможно связывание состояний оптическим рамановским каналом

$$\Gamma_0 = \frac{4Ig^2}{3(2I+1)}\frac{\omega_{\mathrm{hpf}}^3\mu_{\mathrm{B}}^2}{\hbar c^3}$$

~ 50,000^{-1} лет$^{-1}$

+ нечувствительность перехода к ***B***-полю

Логический вентиль Hadamard

Так называют преобразование «кубита» в суперпозиционное состояние

$$|a\rangle \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}}[|a\rangle + |b\rangle] \qquad |b\rangle \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}}[|a\rangle - |b\rangle]$$

Поворот по Гринвичу от «-z» к «x»

Его можно осуществить импульсом СВЧ поля, приводящего к уравнениям

$$|\psi(t)\rangle = c_a(t)|a\rangle + c_b(t)|b\rangle \qquad \begin{cases} \dot{c}_b(t) = \frac{i}{2}\Omega(t)c_a(t) \\ \dot{c}_a(t) = \frac{i}{2}\Omega^*(t)c_b(t) \end{cases}$$

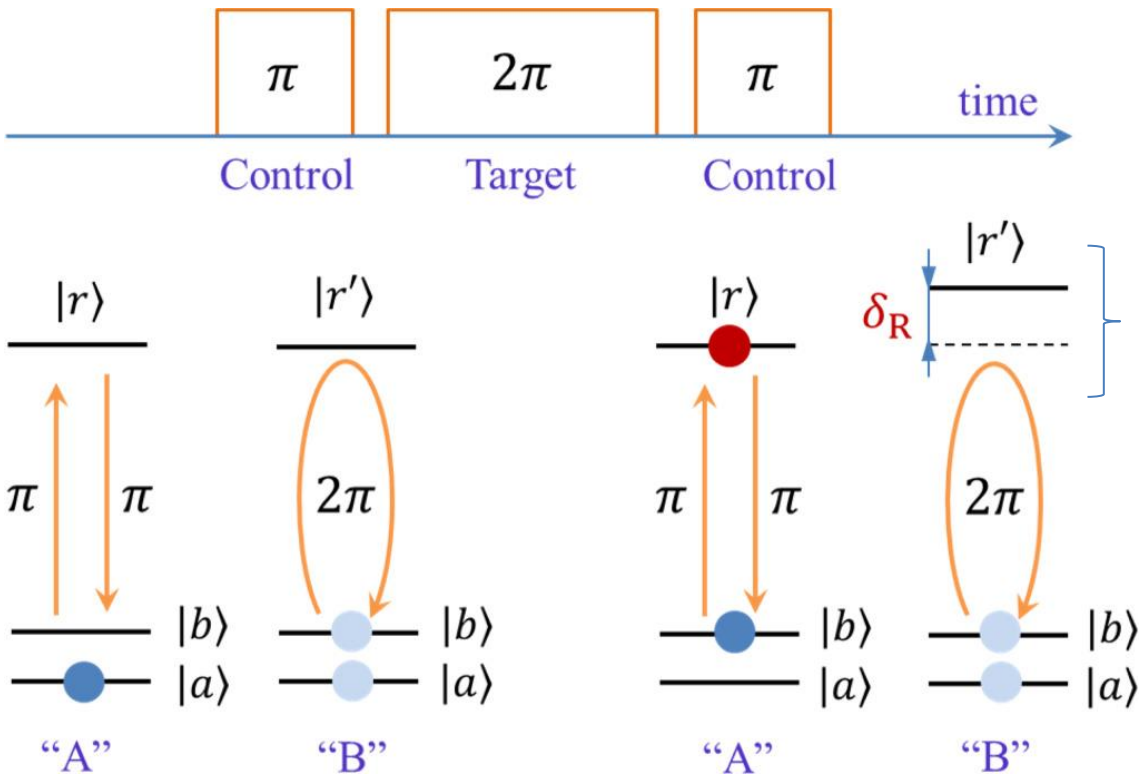
Поворот по долготе 90^0 (восточнее Миасс) от «-z» к «y»

При вещественном Ω(t) имеем фундаментальное решение

$$U(t) = \begin{bmatrix} \cos\int_0^t \frac{1}{2}\Omega(t')dt' & \mathrm{i}\sin\int_0^t \frac{1}{2}\Omega(t')dt' \\ \mathrm{i}\sin\int_0^t \frac{1}{2}\Omega(t')dt' & \cos\int_0^t \frac{1}{2}\Omega(t')dt' \end{bmatrix}$$

При $\boldsymbol{\int_0^t \Omega(t')dt' = \frac{\pi}{2}}$ приходим к почти требуемому результату (с точностью до дополнительного поворота на сфере Блоха в экваториальной плоскости).

Логический вентиль C_z (I)



Смещение определяется внутренним дальним взаимодействием при двухэлектронном возбуждении атомов на ридберговскую орбиталь.

Идея в том, что 2π-импульс, действующий на резонансном переходе меняет фазу состояния |*b*> на «-1», а при нерезонансном возбуждении нет

Логический вентиль C_z (II)

Процесс описывается гамильтонианом:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \sum_{r,r'} \hbar\delta_R |r, r'\rangle\langle r, r'|_{AB} + \hat{V}_{\text{eff}}$$

Динамика системы описывается последовательностью преобразований:

$$\boxed{|\psi\rangle_{AB} = \hat{\mathcal{U}}_3 \hat{\mathcal{U}}_2 \hat{\mathcal{U}}_1 |\psi\rangle_A |\psi\rangle_B}$$

где

$$\begin{cases} \hat{\mathcal{U}}_1 = \hat{U}_A^{(\pi)} \otimes \hat{I}_B \\ \hat{\mathcal{U}}_2 = [|a\rangle\langle a|_A + |b\rangle\langle b|_A] \otimes \hat{U}_B^{(2\pi)} + |r\rangle\langle r|_A \otimes \hat{U}_B^{(2\pi)}\big|_{\delta_R} \\ \hat{\mathcal{U}}_3 = \hat{\mathcal{U}}_1 \end{cases}$$

Распутанное состояние: $|\psi\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{2}}[|a\rangle + |b\rangle]_A, \quad |\psi\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}[|a\rangle + |b\rangle]_B$

Преобразуется в запутанное состояние:

$$|\psi\rangle_{AB} = \tfrac{1}{2}[|a, a\rangle - |b, a\rangle - |a, b\rangle - |b, b\rangle]_{AB}$$

Логический вентиль C-NOT

Свяжем *H*-преобразованием (π/2-импульс + экв. вращение) логические «0» и «1» записывающего атома “B” со следующие состояниями

$$|0\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}[|a\rangle + |b\rangle] \qquad |1\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{2}}[|a\rangle - |b\rangle]$$

Каноническая форма вентиля C_z, требующая дополнительных, инвертирующих «кубиты» “A” и “B”, π-импульсов до и после запутывающего цикла

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} |aa\rangle & |ab\rangle & |ba\rangle & |bb\rangle \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} |aa\rangle \\ |ab\rangle \\ |ba\rangle \\ |bb\rangle \end{array}$$

Преобразование C-NOT обеспечивает обратимое сложение «0» и «1» по mod(2) **с использованием всего двух физических носителей**.

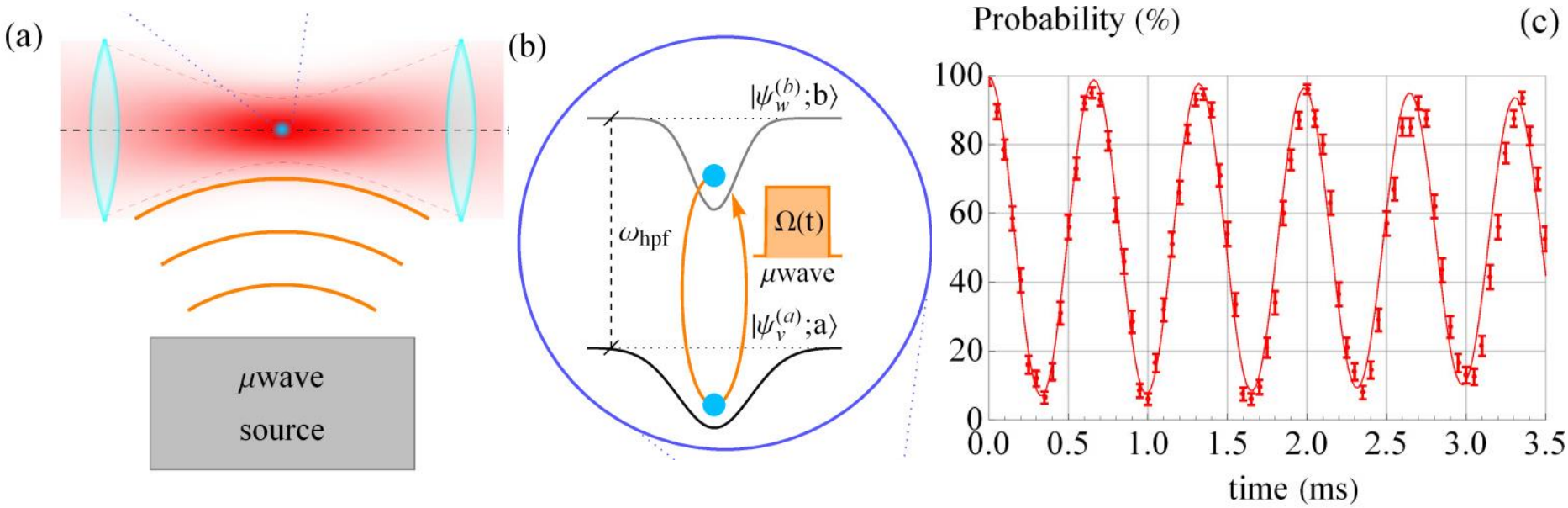
Предварительные замечания

- Для создания универсального квантового процессора в системе **N** «кубитов», в принципе, достаточно рассмотренных преобразований
- С помощью элементарных логических вентилей можно построить произвольное унитарное преобразование в пространстве размерности $\mathbf{2^N}$
- Однако видим, что каждое из преобразований требует последовательности нескольких физических операций, а весь цикл -- протяженного временного ресурса
- Возникает естественная проблема **декогеренции** приготавливаемых **квантовых состояний** в течение вычислительного цикла.

ДЕКОГЕРЕНЦИЯ КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЙ

(по-прежнему придерживаемся представления взаимодействия)

Визуализация «кубита», биения Раби



Schematic of the qubit preparation: (a) The alkali-metal atom is loaded into the dipole trap and localized near the focal point of the laser beam. It is optically pumped onto one of the clock states $|a = |F_-; 0>$ and $|b = |F_+, 0>$. The clock transition is driven by a microwave field having a Rabi frequency $\Omega(t)$ and linearly polarized along the quantization axis z; (b) the trapping potentials are slightly different for the spin states, which induces dephasing in the qubit dynamics; (c) the example of Rabi oscillations on the $|a> \rightarrow |b>$ transition recorded (points with error bars) and calculated (curve) for the beginning stage of the coherent dynamics driven by the stationary microwave field for the well depth $|U_0|$ 300 μK and for the temperature $T = 40$ μK. (PRA 103, 062426 (2021))

Декогеренция, обусловленная неоднородностью ловушки

Атом помещен в связывающий потенциал, отличающийся для состояний |*a*> и |*b*>:

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U_a(\hat{\mathbf{r}})|a\rangle\langle a| + [\hbar\omega_{\rm hpf} + U_b(\hat{\mathbf{r}})]|b\rangle\langle b|$$

Собственные состояния этого гамильтониана:

$$|v_x v_y v_z; a\rangle = \psi_{\mathbf{v}}^{(a)}(\mathbf{r})|a\rangle \equiv \left|\psi_{\mathbf{v}}^{(a)}; a\right\rangle \equiv |\mathbf{v}; a\rangle$$

$$|w_x w_y w_z; b\rangle = \psi_{\mathbf{w}}^{(b)}(\mathbf{r})|b\rangle \equiv \left|\psi_{\mathbf{w}}^{(b)}; b\right\rangle \equiv |\mathbf{w}; b\rangle$$

Колебательные кв. числа:

$$\mathbf{v} \equiv (v_x, v_y, v_z)$$

$$\mathbf{w} \equiv (w_x, w_y, w_z)$$

Свободная динамика «кубита» представляет собой волновой пакет:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{\mathbf{v},\mathbf{w}} \left[c_{a,\mathbf{v}}(t)\, e^{-\frac{i}{\hbar}\epsilon_{\mathbf{v}} t} \left|\psi_{\mathbf{v}}^{(a)}; a\right\rangle + c_{b,\mathbf{w}}(t)\, e^{-i\omega_{\rm hpf} t - \frac{i}{\hbar}\varepsilon_{\mathbf{w}} t} \left|\psi_{\mathbf{w}}^{(b)}; b\right\rangle\right]$$

Декогеренция обусловлена «разбеганием» фаз волнового пакета:

$$\delta\omega_{\mathbf{v}} = (\varepsilon_{\mathbf{w}}|_{\mathbf{w}=\mathbf{v}} - \epsilon_{\mathbf{v}})/\hbar = (v_x + v_y + 1)[\omega_\perp^{(b)} - \omega_\perp^{(a)}] + (v_z + 1/2)[\omega_\parallel^{(b)} - \omega_\parallel^{(a)}]$$

Динамика «кубита», управляемого СВЧ-полем

Радиополем связываются состояния с одинаковым колебательным кв. числами:

$$\begin{cases} \dot{c}_{b,\mathbf{v}}(t) \cong \dfrac{i}{2}\,\Omega(t)\,e^{-i(\omega-\omega_{\mathrm{hpf}}-\delta\omega_{\mathbf{v}})t}\,c_{a,\mathbf{v}}(t) \\ \dot{c}_{a,\mathbf{v}}(t) \cong \dfrac{i}{2}\,\Omega^*(t)\,e^{i(\omega-\omega_{\mathrm{hpf}}-\delta\omega_{\mathbf{v}})t}\,c_{b,\mathbf{v}}(t). \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} c_{b,\mathbf{v}}(t) \\ c_{a,\mathbf{v}}(t) \end{bmatrix} = \hat{\mathcal{U}}_{\mathbf{v}}(t) \begin{bmatrix} c_{b,\mathbf{v}}(0) \\ c_{a,\mathbf{v}}(0) \end{bmatrix}$$

Фундаментальное решение:

$$\hat{\mathcal{U}}_{\mathbf{v}}(t) = \begin{bmatrix} \left[\cos\left(\frac{\Omega_{\mathbf{v}}t}{2}\right) + i\frac{\Delta_{\mathbf{v}}}{\Omega_{\mathbf{v}}}\sin\left(\frac{\Omega_{\mathbf{v}}t}{2}\right)\right]e^{-i\Delta_{\mathbf{v}}t/2} & i\frac{|\Omega|}{\Omega_{\mathbf{v}}}\sin\left(\frac{\Omega_{\mathbf{v}}t}{2}\right)e^{i\phi-i\Delta_{\mathbf{v}}t/2} \\ i\frac{|\Omega|}{\Omega_{\mathbf{v}}}\sin\left(\frac{\Omega_{\mathbf{v}}t}{2}\right)e^{-i\phi+i\Delta_{\mathbf{v}}t/2} & \left[\cos\left(\frac{\Omega_{\mathbf{v}}t}{2}\right) - i\frac{\Delta_{\mathbf{v}}}{\Omega_{\mathbf{v}}}\sin\left(\frac{\Omega_{\mathbf{v}}t}{2}\right)\right]e^{i\Delta_{\mathbf{v}}t/2} \end{bmatrix}$$

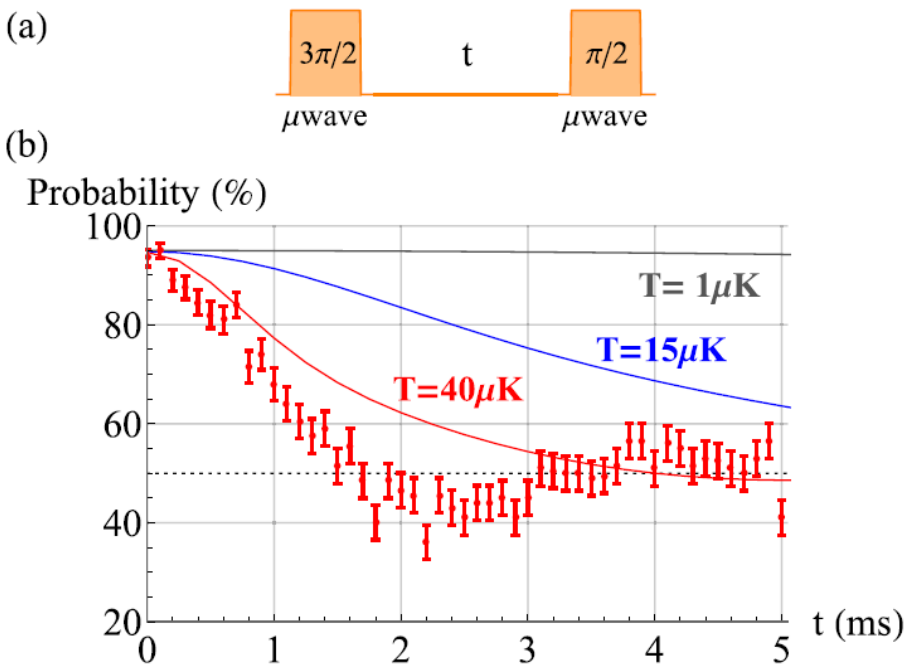
где $\Omega = |\Omega|e^{i\phi}, \quad \Omega_{\mathbf{v}} = \sqrt{|\Omega|^2 + \Delta_{\mathbf{v}}^2}.$

Полная динамика конструируется вычислением приращения оп. плотности:

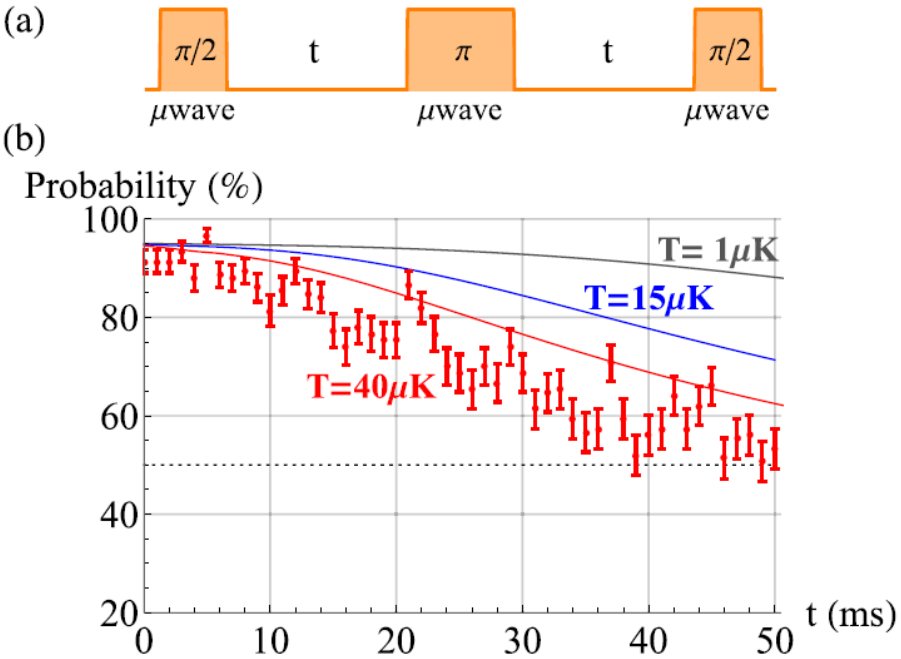
$$\begin{cases} \hat{\rho}(t+\Delta t) \cong \hat{\boldsymbol{\mathcal{U}}}(\Delta t)\,\hat{\rho}(t)\,\hat{\boldsymbol{\mathcal{U}}}^{\dagger}(\Delta t) \\ \hat{\rho}(0) = \sum\limits_{\mathbf{v}} \exp\left[\beta(\mathcal{F}-\epsilon_{\mathbf{v}})\right]|\mathbf{v};a\rangle\langle\mathbf{v};a| \end{cases} \qquad \hat{\boldsymbol{\mathcal{U}}}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\mathcal{U}}_{0,0,0}(t) & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & \hat{\mathcal{U}}_{1,0,0}(t) & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & \hat{\mathcal{U}}_{0,1,0}(t) & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\mathcal{U}}_{0,0,1}(t) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

в сочетании со свободной эволюцией в промежутках между импульсами

Эксперимент vs. расчет: спиновое эхо



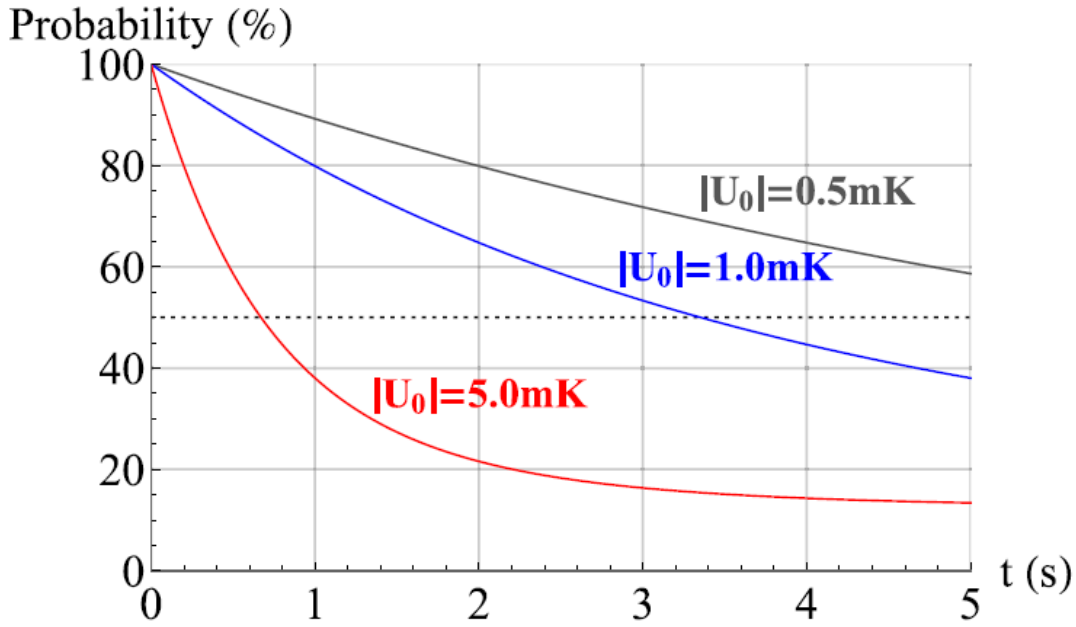
(a) Pulse sequence, and (b) population of the ***|a>*-state** recorded by the Ramsey resonance (points with error bars) vs its theoretical estimate (solid curves). The slight oscillations on the experimental dependence indicate the residual imperfection of the microwave pulses. The curve color is associated with the temperature of a trapped atom T = 1, 15, and 40 μK. (PRA 103, 062426 (2021))



(a) Pulse sequence, (b) same as in left panel, but measured with the spin-echo detection protocol. We insert a π-pulse in the middle of the gap between the π/2 -control pulses, such that time $t = t_\pi - t_{\pi/2} = t_{\pi/2} - t_\pi$, where $t_{\pi/2}$, t_π, and $t_{\pi/2}$ are the arrival times of the pulses.

Декогерентция не выражена экспоненциальным затуханием. Теория предсказывает восстановление когерентности в определённые далёкие моменты времени

T=0, Остаточная декогеренция



При полной остановке движения атома в его основном колеб. состоянии, остаточными механизмами декогеренции являются:

- Флуктуации интенсивности поля ловушки
- Некогерентное рассеяние поля ловушки. (Рэлевское рассеяние некритично!)
- Рамановский канал рассеяния критически важен при неидеальном LD-факторе (~1)
- Релятивистские эффекты

Ramsey signal calculated for an atom at zero temperature in a Lamb-Dicke regime (LD parameter ->0), in which its motional state does not change in the process of trap photons scattering. We set the carrier frequency in resonance with the vibrationally shifted hyperfine transition: $\omega = \omega_{hpf} + \delta\omega_0$. The signals are plotted for trap depths of $|U_0|$ = 0.5 mK (gray), $|U_0|$ = 1 mK (blue), and $|U_0|$ = 5 mK (red). In a lower trap depth, the photon scattering rate decreases and spin coherence is shown to degrade slower. (PRA 103, 062426 (2021))

Промежуточные замечания

- Для динамики произвольного числа N «кубитов», приведенные результаты определяют лишь верхнюю оценку времени декогеренции: ~ seconds << 50,000 years
- Эффекты квантовой запутанности могут привести к дополнительным ограничениям
- Необходима критическая **оценка ошибок, вносимых в Cz- запутывание** протоколом ридберговской блокады
- Наиболее сложной задачей является остановка атома, например, с помощь схемы **рамановского охлаждения**
- **Динамическое связывание когерентности**

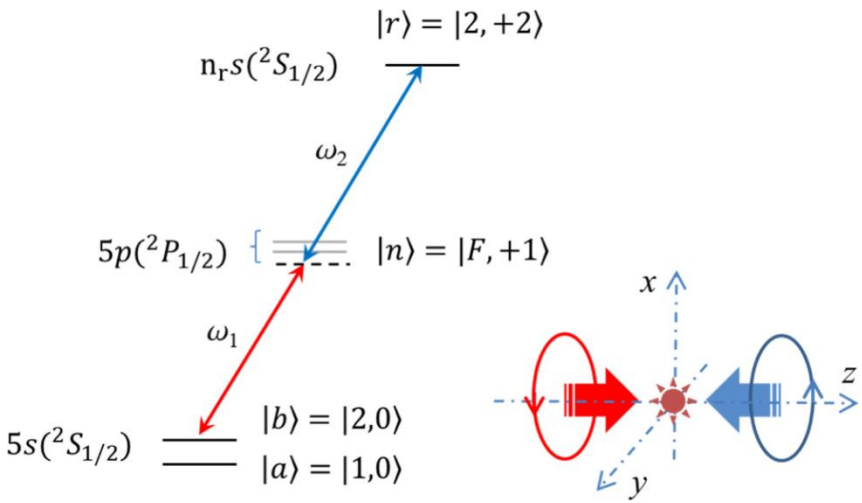
ОЦЕНКА ОШИБОК, ВНОСИМЫХ В CZ-ЗАПУТЫВАНИЕ

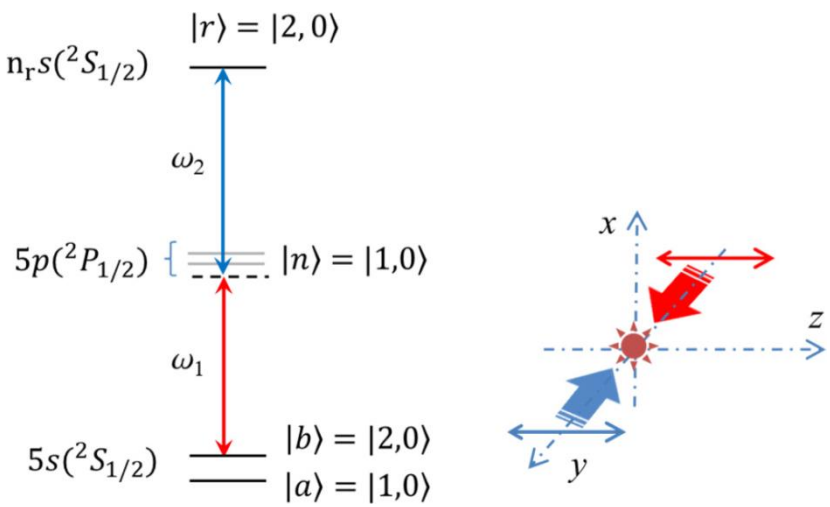
(по-прежнему придерживаемся представления взаимодействия)

Физические требования

- На время действия протокола связывающее поле ловушки выключается, чтобы **обеспечить исходную невозмущенную структуру атомных переходов**
- Оптическая связь с высоковозбужденным ридберговским состоянием осуществляется двухфотонным переходом двумя противоположно направленными лучами, чтобы минимизировать негативное влияние эффекта отдачи
- **Длительность протокола** оптимизирована временем **~100 ns** (<<1 μs, но >> 26 ns = γ^{-1}), чтобы одновременно исключить пространственное смещение и избежать нежелательного эффекта переходных процессов.
- **Выигрыш:** благодаря этим условиям можно проигнорировать декогеренцию «кубитов» за время действия протокола
- **Но** появляются другие негативные процессы, влияющие на качество приготавливаемого запутанного состояния

Геометрии возбуждения





The transition diagram and excitation geometry for ^{87}Rb driven by two counterpropagating and circularly polarized light beams. In the diagram the participating states are specified by the definite numbers of the total electronic and nuclear spin angular momenta $F_0 = 2$, $F = 1, 2$, $F_r = 2$ and their projections $M_0 = 0$, $M = +1$, $M_r = +2$. The used energy configuration of 87Rb is effectively two-level and provides coupling of the qubit state $|b\rangle$ only with a single Rydberg state $|r\rangle$ having principal quantum number n_r ~50–100. (P RA 106, 042410 (2022))

Same as in the left plot but for the excitation by two linearly polarized light beams propagating in the transverse direction. The energy configuration is also effectively two-level due to specific selection rules for electric dipole transitions.

$$\begin{cases} \Delta_{nb} = -2\pi * 3000 \text{ MHz} \\ \delta_R = -2\pi * 50 \text{ MHz} \end{cases}$$

Эффект отдачи

Идеальное запутанное спиновое состояние:

$$|\psi\rangle_{AB} = \tfrac{1}{2}[|a,a\rangle - |b,a\rangle - |a,b\rangle - |b,b\rangle]_{AB}$$

Реальное состояние:

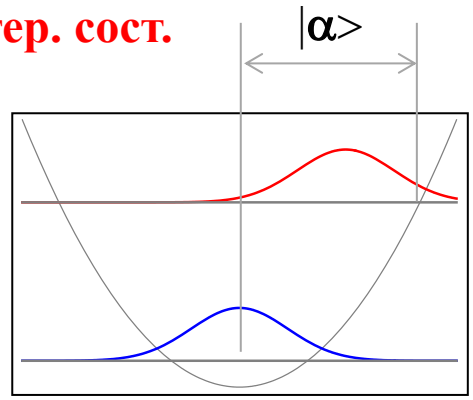
$$\hat{\rho}^{(s)} = \mathrm{Tr}'_{\mathrm{vib}}\, |\psi\rangle\langle\psi|_{AB}^{(s+\mathrm{vib})}$$

Предположим, что атом исходно приготовлен **в основном колебательном состоянии** ловушки. Тогда в цикле ридберговского протокола вследствие эффекта отдачи его колеб. состояние переводится в **когерентную моду** |α>

$$|\psi\rangle_{AB}^{(s+\mathrm{vib})} = \tfrac{1}{2}[|a,0;a,0\rangle - |b,\boldsymbol{\alpha};a,0\rangle - |a,0;b,\boldsymbol{\alpha}'\rangle - |b,\boldsymbol{\alpha};b,\boldsymbol{\alpha}'\rangle]_{AB}$$

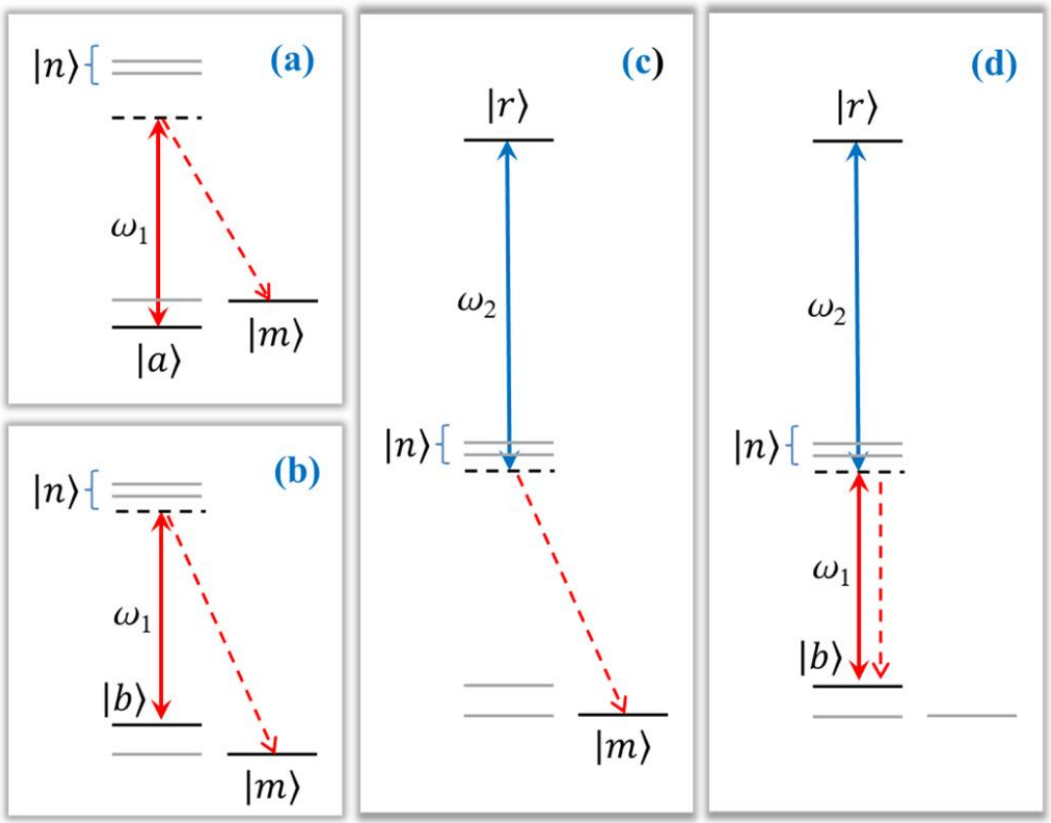
осн. сост. **когер. сост.**

$$\mathcal{F} = \langle\psi|\hat{\rho}^{(s)}|\psi\rangle_{AB}$$
$$= \tfrac{1}{4}\left[1 + e^{-|\alpha|^2/2} + e^{-|\alpha'|^2/2} + e^{-(|\alpha|^2+|\alpha'|^2)/2}\right]$$



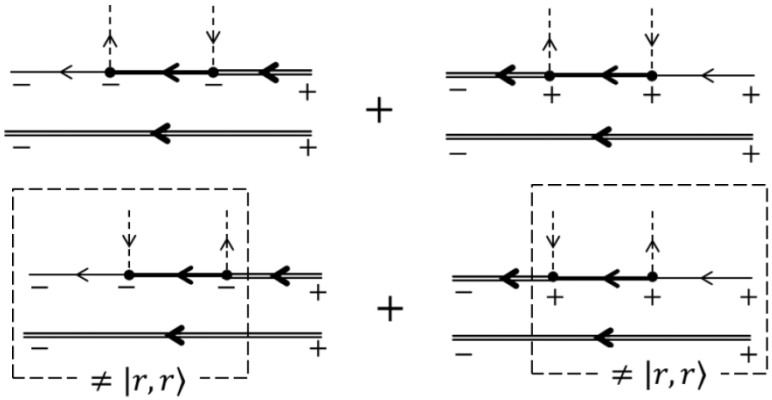
Достоверность < 0.9995
(оцененная для типичных эксп. параметров):

Некогерентные процессы (НП)



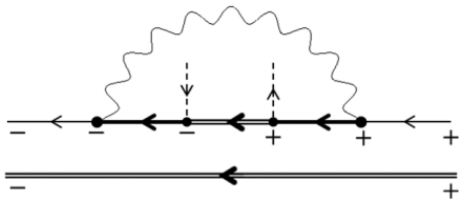
Transition diagrams for different channels of the incoherent losses: (a), (b) spontaneous Raman scattering of the field mode ω_1 from the qubit states |*a*> and |*b*> to a Zeeman state |*m*>, (c) same for mode ω_2 scattered from the Rydberg level |*r*>, and (d) leakage from the two-photon coherent excitation channel to the coherent population trapping (CPT) “dark” state. (P RA 106, 042410 (2022))

Диаграммная классификация НП



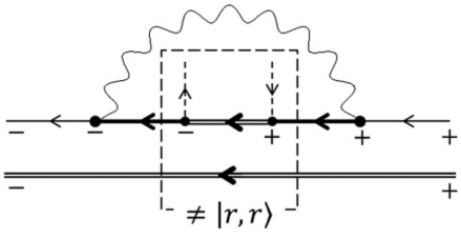
<= A,B =>

<= B,A =>



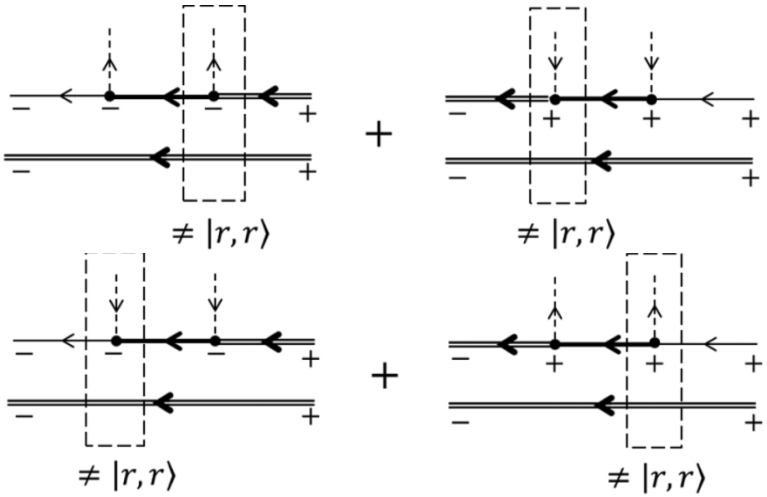
<= A,B =>

<= B,A =>



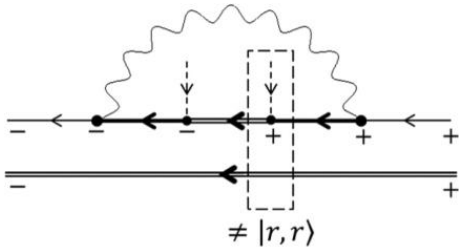
Уход: Рамановское рассеяние

Приход: Рамановское рассеяние



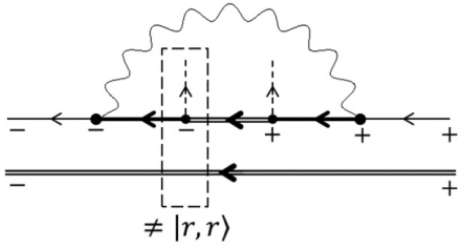
<= A,B =>

<= B,A =>



<= A,B =>

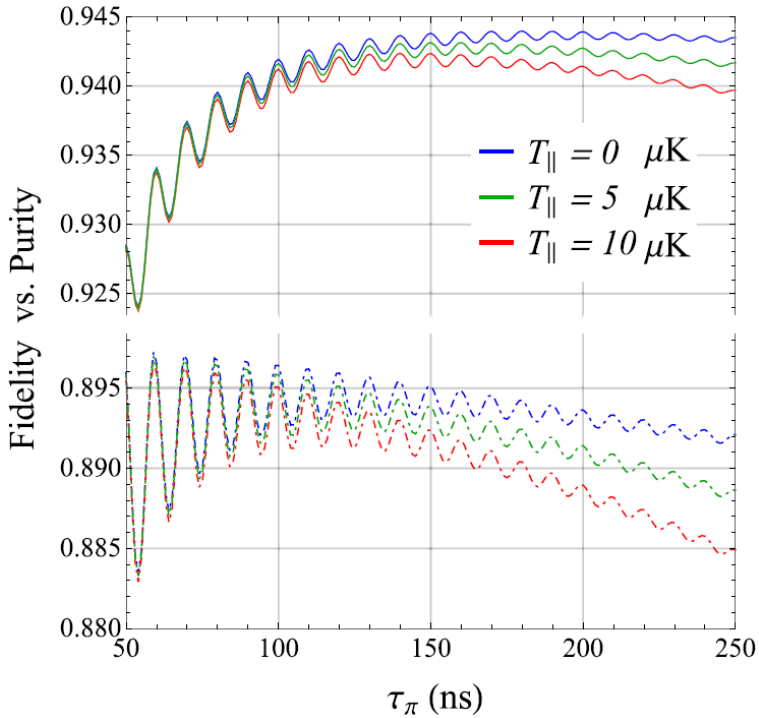
<= B,A =>



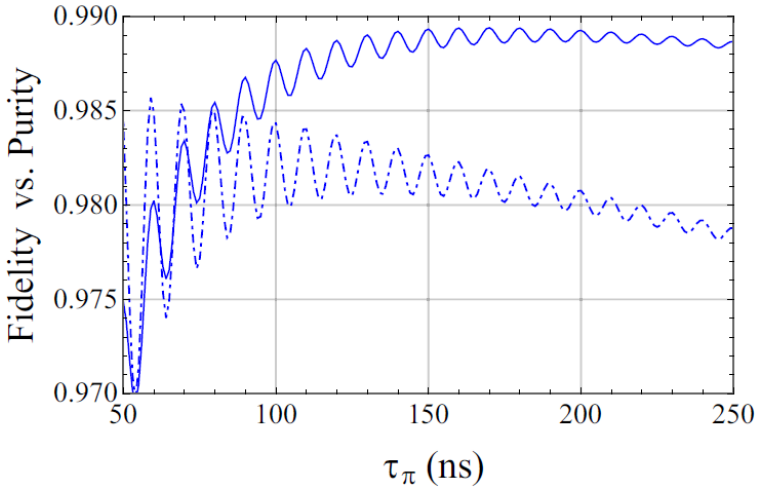
Утечка при 2-х фотонном переходе

Приход при 2-х фотонном переходе и формирование состояния КПН=СРТ

Достоверность vs. чистота состояния



$$\mathcal{F} = \langle\psi|\hat{\rho}|\psi\rangle_{AB} \quad \text{vs.} \quad \mathcal{P} = \mathrm{Sp}\hat{\rho}^2$$



Fidelity F (solid curves) and purity P (dashed curves) of the entangled state, prepared by the protocol of the Rydberg blockade with excitation by circularly polarized light beams and considered as a function of the π-pulse duration $\tau_\pi = \pi/|\Omega|$. Time beats in these dependencies indicate a small but non-negligible probability of an off-resonant transition and simultaneous occupation of $|r\rangle$ states by atoms A and B. The transverse degrees of freedom are frozen for both of the atoms, but the axial mode is thermalized with a variable temperature $T_\parallel = 0$ (upper), $T_\parallel = 5$μK (middle), and $T_\parallel = 10$ μK (lower). (P RA 106, 042410 (2022))

Same as in the left plot but for the excitation geometry of linearly polarized light beams. The dependencies, related to different temperatures $T_\parallel = 0$, 5, and 10 μK, are unresolved within the plot scale. **Обычное соотношение *F>P*, но мы видим область с обратным неравенством *F<P*.** т.е. состояние, являясь чистым, отличается от целевого $|\psi\rangle_{AB}$.

The error budget for the entangled state preparation at $T_{\|} = 5\mu K$ and for $\tau_{\pi} = 150$ ns showing relative impact of various error sources. The deviations of fidelity and purity from unity are estimated for both the reference geometries of circular and linear and the caustic waists are set different for these two cases of focused and in-plane excitations, respectively. (P RA 106, 042410 (2022))

	$1-\mathcal{F}$		$1-\mathcal{P}$	
Error sources	Circular	Linear	Circular	Linear
Incoherent scattering	0.051	0.006	0.099	0.012
Rydberg state decay	0.003	0.003	0.005	0.005
Blockade leakage	0.002	0.002	2.5×10^{-5}	2.5×10^{-5}
Recoil effect	0.0007	0.0002	0.001	0.0004
Field inhomogeneity	3.4×10^{-5}	2.0×10^{-5}	6.1×10^{-5}	3.5×10^{-5}

Пространственная неоднородность моды Лагерра-Гаусса вблизи перетяжки каустики управляющих лучей (за пределами обсуждения)

Оценка в точке локального максимума на пред. слайде

Таблица истинности (проверка C-NOT)

Input \ Output	$\|aa\rangle$	$\|ab\rangle$	$\|ba\rangle$	$\|bb\rangle$	$\|a\emptyset\rangle$	$\|b\emptyset\rangle$	$\|\emptyset a\rangle$	$\|\emptyset b\rangle$	$\|\emptyset\emptyset\rangle$
$\|aa\rangle$	96.86	0.32	0.02	0.02	2.52	0.00	0.13	0.13	0.00
$\|ab\rangle$	0.32	96.86	0.02	0.02	2.52	0.00	0.13	0.13	0.00
$\|ba\rangle$	0.41	0.41	0.64	92.32	0.01	0.01	2.51	2.5	1.18
$\|bb\rangle$	0.41	0.41	92.32	0.64	0.01	0.01	2.51	2.5	1.18

$$P(|\alpha,\beta\rangle) = \rho_{\alpha,\beta;\alpha,\beta} \quad \text{if} \quad \alpha,\beta \in (a,b),$$

$$P(|\alpha,\varnothing\rangle) = \sum_{\beta\neq a,b} \rho_{\alpha,\beta;\alpha,\beta} \quad \text{if} \quad \alpha \in (a,b),$$

$$P(|\varnothing,\beta\rangle) = \sum_{\alpha\neq a,b} \rho_{\alpha,\beta;\alpha,\beta} \quad \text{if} \quad \beta \in (a,b),$$

$$P(|\varnothing,\varnothing\rangle) = \sum_{\alpha\neq a,b} \sum_{\beta\neq a,b} \rho_{\alpha,\beta;\alpha,\beta}$$

The truth table for the C-NOT quantum gate calculated for the π-pulse duration τ_π= 150 ns and for the excitation geometry by circularly polarized light beams. The axial mode is thermalized with the temperature $T_{\|}$ = 10 μK and other parameters are the same as in the previous slides. The table rows specify the input states and the table columns specify the outputs . (P RA 106, 042410 (2022))

Input \ Output	$\|aa\rangle$	$\|ab\rangle$	$\|ba\rangle$	$\|bb\rangle$	$\|a\emptyset\rangle$	$\|b\emptyset\rangle$	$\|\emptyset a\rangle$	$\|\emptyset b\rangle$	$\|\emptyset\emptyset\rangle$
$\|aa\rangle$	99.61	0.03	0.00	0.00	0.33	0.00	0.02	0.02	0.00
$\|ab\rangle$	0.03	99.61	0.00	0.00	0.33	0.00	0.02	0.02	0.00
$\|ba\rangle$	0.02	0.02	0.37	98.48	0.01	0.01	0.43	0.42	0.23
$\|bb\rangle$	0.02	0.02	98.48	0.37	0.01	0.01	0.43	0.42	0.23

Same as in the left plot but for the excitation geometry by linearly polarized light beams.

Промежуточные замечания

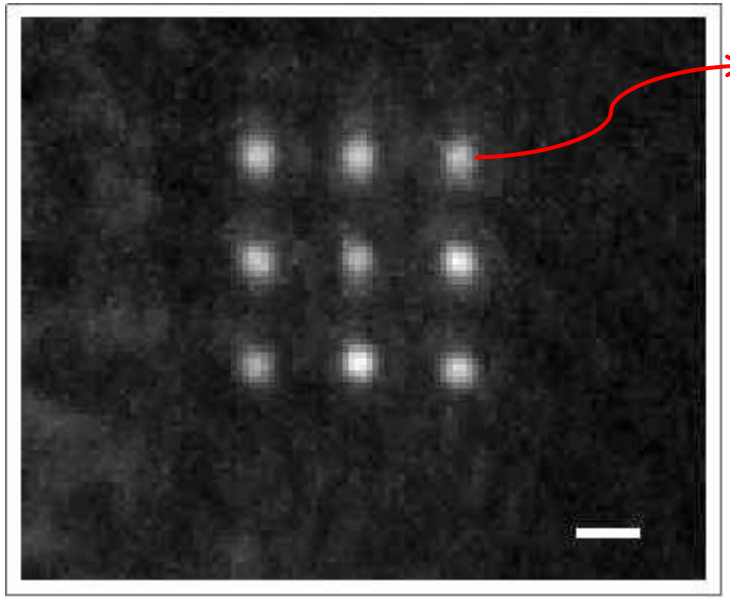
- Идеальной реализации Cz-запутывания атомов препятствует ряд негативных процессов, выборочно рассмотренных нами
- Главным препятствием являются неустранимые каналы некогерентного рассеяния оптических мод, задействованных в протоколе ридберговской блокады
- На данном этапе реалистичной оценкой достижимого уровня достоверности представляется <99%
- Определенными преимуществом обладает схема возбуждения атомов линейно поляризованными световыми лучами.
- Важной задачей является остановка движения атома, например, с помощью схемы **рамановского охлаждения.** Принципиально важно -- «заморозить» движение атомов в поперечном направлении ловушки.

СХЕМА РАМАНОВСКОГО ОХЛАЖДЕНИЯ = RAMAN SIDEBAND COOLING

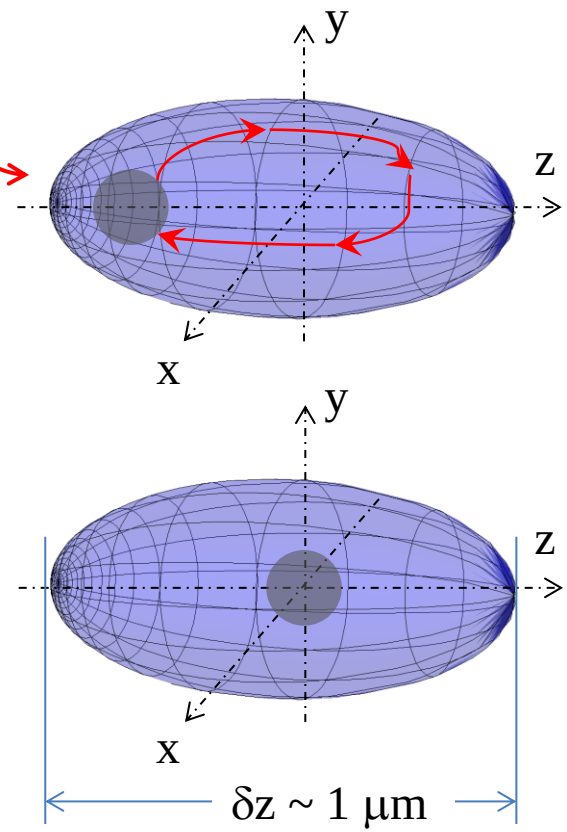
(по-прежнему придерживаемся представления взаимодействия)

Атомная решетка

Необходимость замораживания атомов в основное состояние ловушки вытекает из предыдущего анализа декогеренции квантового регистра и надежности логических вентилей “H” “CZ/C-NOT”, основанных на рид. блокаде



$e^{ik\delta r}$

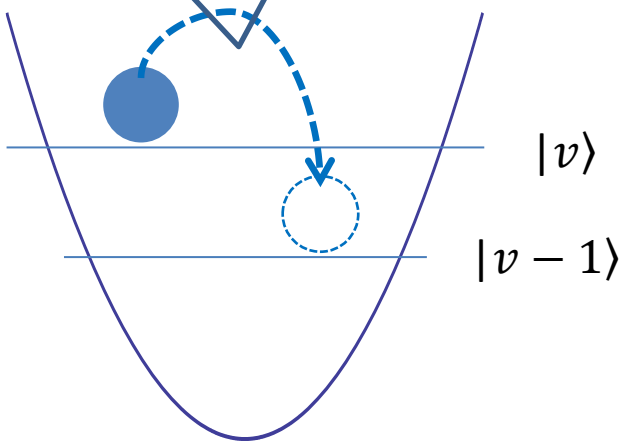


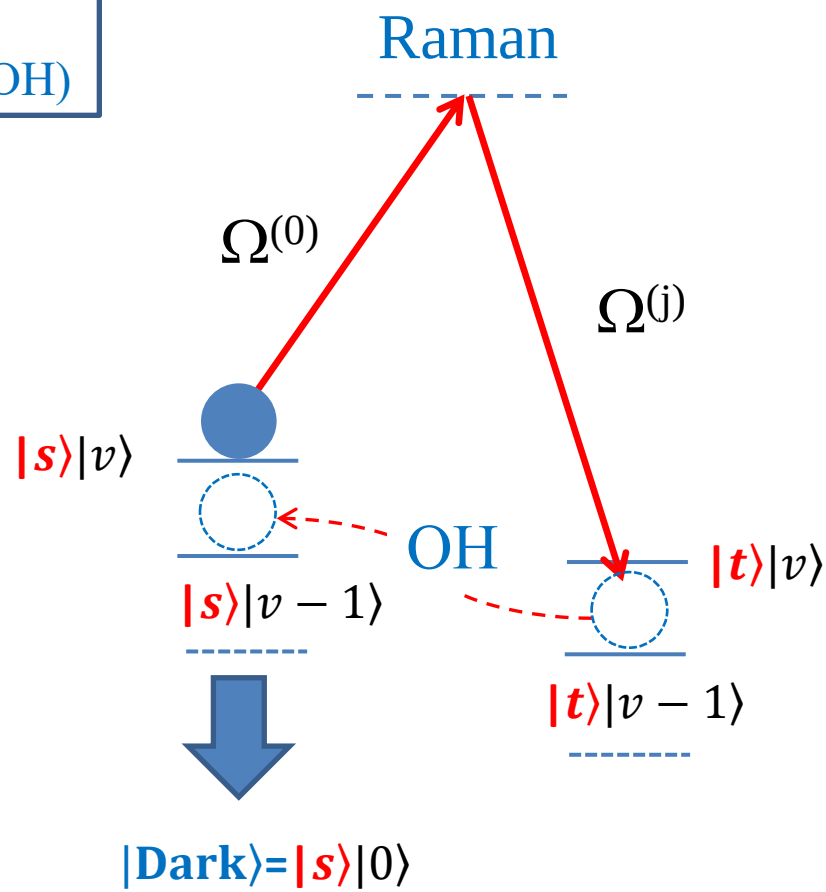
Потенциал ловушки вблизи минимума хорошо описывается моделью гарм. осциллятора

$$\epsilon_{v_x v_y v_z} = \hbar\Omega_{\parallel}\left(v_z + \frac{1}{2}\right) + \hbar\Omega_{\perp}\left(v_x + v_y + 1\right)$$

Концепция протокола RSC

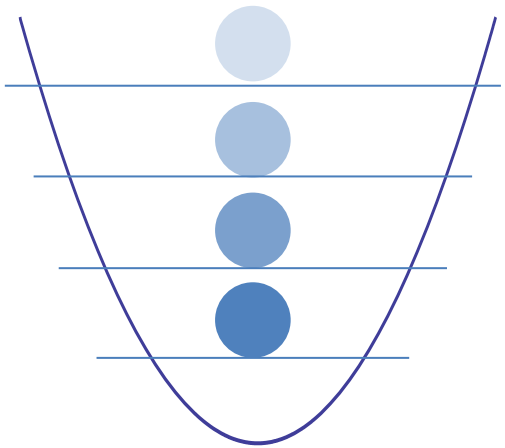
Принцип: комбинация процессов стимулированных рамановских переходов и оптической накачки (ОН)





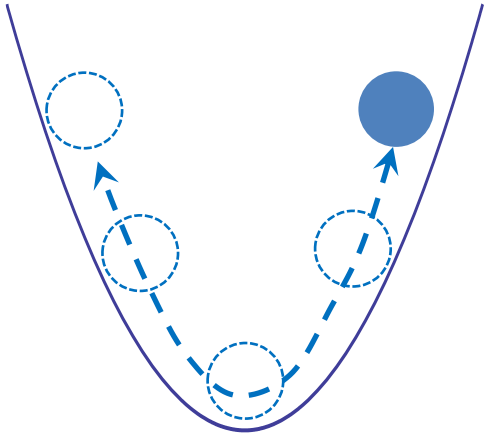
$\Omega^{(0)}$, $\Omega^{(j)}$ где $j=x,y,z$ инициирует «тушение» колебаний вдоль соответствующих направлений движения атома

В каком состоянии атом в ловушке?



Равновесное состояние (эргодич. гипотеза) используется всеми:

$$\rho_v = e^{\beta[F(\beta)-\epsilon_v]}$$



Чистое когерентное состояние (интегрируемое класс. движение):

$$\hat{\rho} = |\alpha\rangle\langle\alpha|$$

Мат. описание идеал. протокола (I): Рамановский цикл

$$\hat{\rho} = \sum_{v_x, v_y, v_z} \exp\left\{\beta\left[\mathcal{F}(\beta) - \epsilon_{v_x v_y v_z}\right]\right\} |v_x, v_y, v_z\rangle\langle v_x, v_y, v_z| \times |\mathrm{s}\rangle\langle \mathrm{s}|$$

где |s> = $|F_+,0\rangle = |b\rangle$ или $|F_-,0\rangle = |a\rangle$

$$\neq |\mathrm{s}\rangle \times |0,0,0\rangle \equiv |\mathrm{Dark}\rangle$$

$$|\mathrm{s}\rangle\ |v_x, v_y, v_z\rangle \xrightarrow{\text{Raman}}$$

$$\boxed{C_x^{(v_x v_y v_z)}|\mathrm{t}_x\rangle|v_x{-}1, v_y, v_z\rangle + C_y^{(v_x v_y v_z)}|\mathrm{t}_y\rangle|v_x, v_y{-}1, v_z\rangle + C_z^{(v_x v_y v_z)}|\mathrm{t}_z\rangle|v_x, v_y, v_z{-}1\rangle}$$

$$= \sum_{\mu=x,y,z} C_\mu^{(v_x v_y v_z)}|\mathrm{t}_\mu\rangle|\ldots, v_\mu{-}1, \ldots\rangle \equiv |d\rangle$$

Образует декомпозицию Шмидта, т.е. $|t_x\rangle$, $|t_y\rangle$, $|t_z\rangle$ -- взаимно ортогональны

Мат. описание идеал. протокола (II): Цикл оптической накачки

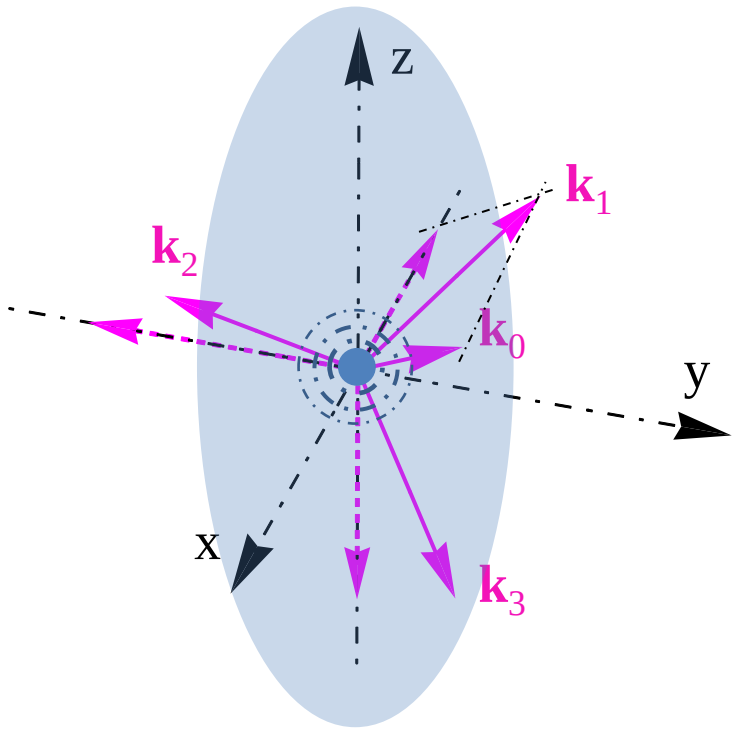
$\hat{\rho}(t)=\sum \rho_{dd'}|d(t)\rangle\langle d'(t)|$ $\xrightarrow{\text{ОН}}$ $\boxed{\rho^{(1)} = \rho_{\text{vib}} \times |\text{s}\rangle\langle\text{s}|}$

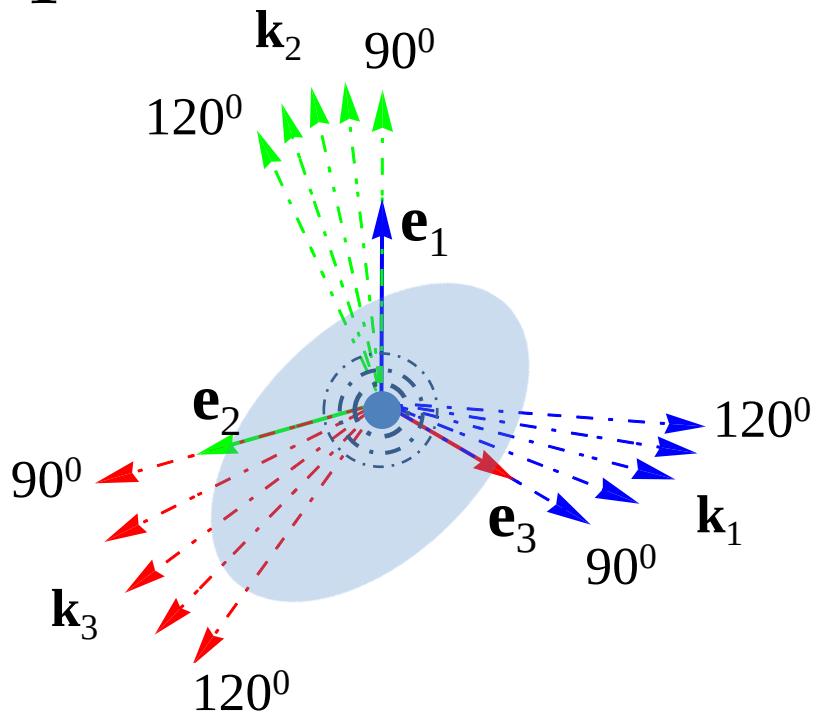
где $|d(t)\rangle|_{t>0} \Rightarrow \sum\limits_{\mu=x,y,z} C_\mu^{(v_x v_y v_z)} |\text{t}_\mu(t)\rangle \exp\left[-i\Omega_\mu t\right] |\ldots, v_\mu{-}1, \ldots\rangle$ и $\hat{\rho}_{\text{vib}} = \text{Sp}'_{\text{spin}}\hat{\rho}$

$$\hat{\rho}^{\text{vib}} = \exp\left\{\beta\left[\mathcal{F}(\beta) - \epsilon_{000}\right]\right\}$$
$$\times \boxed{\left\{1 + 2\exp[-\beta\hbar\Omega_\perp] + \exp[-\beta\hbar\Omega_\parallel]\right\}} |0,0,0\rangle\langle 0,0,0|$$
$$+ \sum_{\substack{v_x, v_y, v_z \\ v_x+v_y+v_z \geq 1}} \exp\left\{\beta\left[\mathcal{F}(\beta) - \epsilon_{v_x v_y v_z}\right]\right\}$$
$$\times \sum_{\mu=x,y,z} |C_\mu^{(\ldots v_\mu+1\ldots)}|^2 \exp[-\beta\hbar\Omega_\mu] |v_x, v_y, v_z\rangle\langle v_x, v_y, v_z|$$

Фактор усиления заселённости основного состояния

Оптимальная конфигурация тушения колебаний 3-х пространственных мод



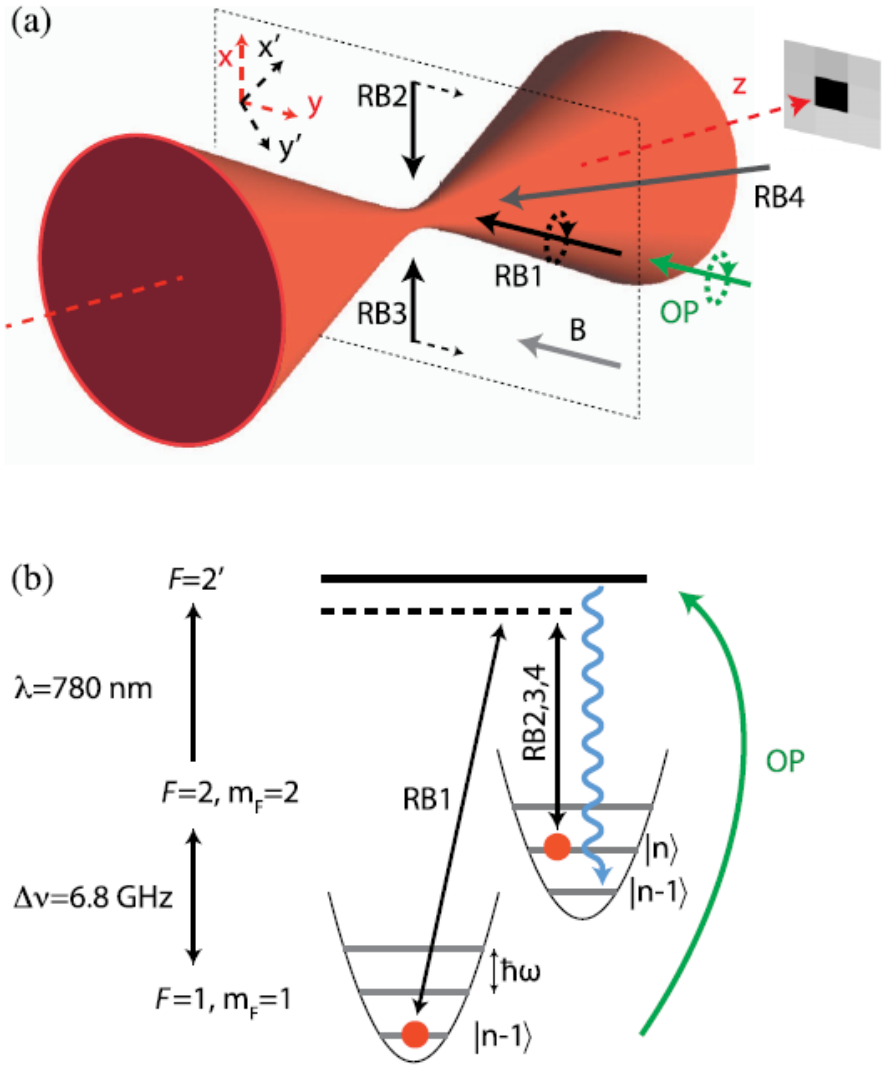


$$\langle v_x - 1| \exp\left[i\frac{2}{\sqrt{3}}k_0 x\right]|v_x\rangle \approx \langle v_x - 1| i\frac{2}{\sqrt{3}}k_0 x|v_x\rangle = i\frac{2}{\sqrt{3}}\,k_0\sqrt{\frac{\hbar v_x}{2m\Omega_\perp}} = i\frac{2}{\sqrt{3}}\,\eta_\perp\sqrt{v_x}$$

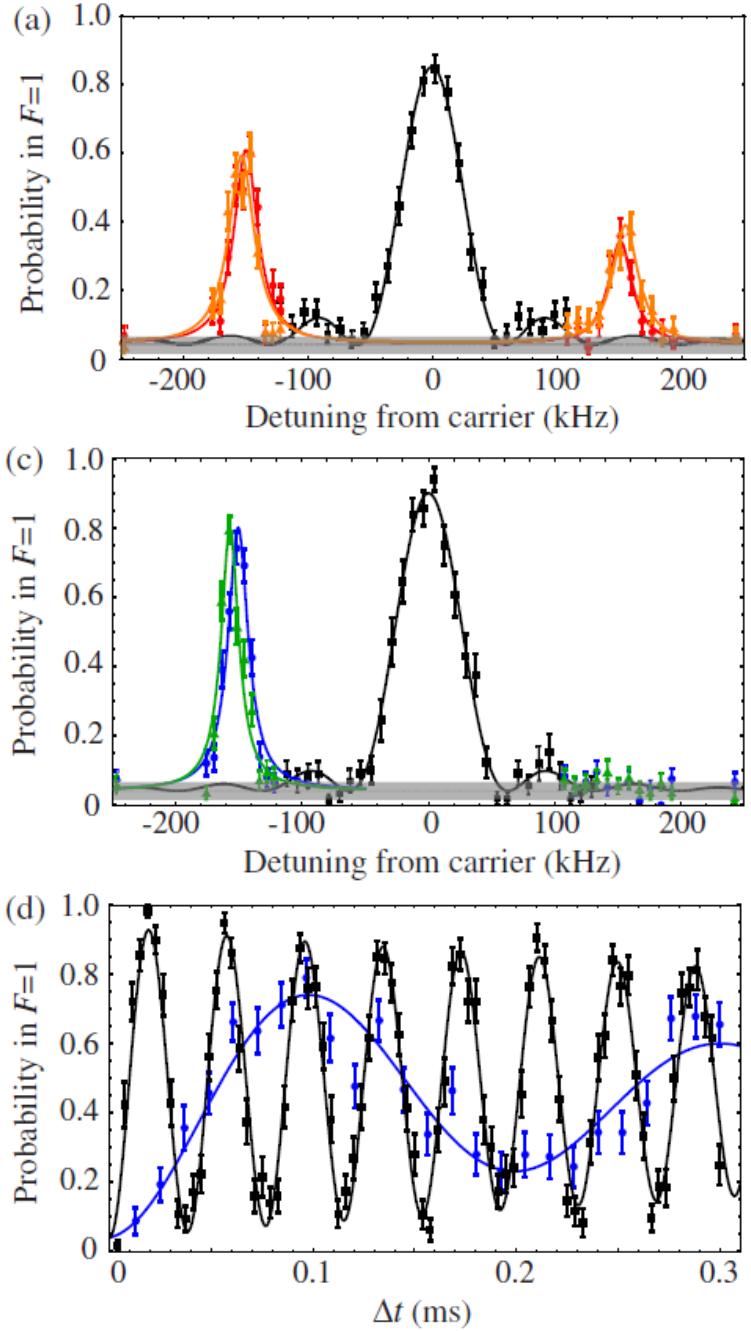
$$\eta_\perp = k_0\,x_0 = k_0\sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega_\perp}}$$

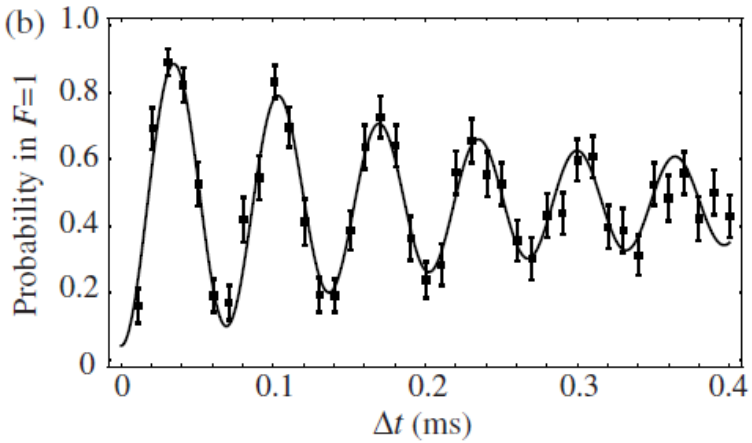
Эффективный параметр Лэмба-Дике: $\boldsymbol{\eta_\perp\sqrt{v_x} \ll 1}$

Эксперимент, A.M. Kaufman et al PRX 2, 041014 (2012)



Experimental setup for tweezer trap, detection, and three-dimensional motional control. (a) An optical tweezer created with a high-NA objective lens traps a single neutral atom, and the atom is imaged along the z axis with the same lens. Orthogonal radial axes, indicated by x' and y', are addressed by Raman beam 1 (RB1) (σ+ polarized) and RB2 (π polarized), or RB1 and RB3 (π polarized). RB1 and RB4 (linearly polarized in the y-z plane) address the axial direction. Note that we should be able to cool vibrational motion along all three axes with a single pair of counterpropagating beams. (b) Level diagram for 87Rb with associated beams from (a). The Raman light is 50 GHz red, detuned of the excited state manifold. Optical pumping (OP) consists of the repump light on the F = 1 -> 2' transition along with the optical-pumping light on F =2 -> 2'.





Single-atom sideband spectra and Rabi oscillations in the radial dimensions before (a),(b) and after (c),(d) ground-state cooling. (a) The black squares are a carrier peak in the y' direction using a Δt=15 μs (near π) pulse. The red circles (orange triangles) are sidebands along the y' (x') axis for a 75 μs (near-π) pulse, demonstrating an initial thermal population of vibrational states. (b) Carrier Rabi oscillations for the y' direction showing dephasing of a thermal state. Here, the carrier Rabi frequency is set to 15 kHz, instead of the usual 26 kHz. The solid line is a fit to the data using a thermal distribution of Rabi frequencies. (c) Raman-cooled radial sidebands; no Raman cooling is applied to the axial direction for these data. The black squares are a cooled carrier peak using a 15 μs pulse. The blue circles (green triangles) are spectra along the y' (x') axis using a 75 μs pulse, displaying a significant asymmetry that is the hallmark of a large ground-state population. (d) Rabi oscillations for a radial ground-state cooled atom. **A.M. Kaufman PRX 2, 041014 (2012)**

Возможно ли рамановское охлаждение большого массива атомов?

- Для полного замораживания движения одного атома требуется число актов протокола сопоставимого с числом колебательных возбуждений
- Для решетки, содержащей несколько десятков атомов, задача становится трудно выполнимой
- Тем не менее для планарной решетки, достаточно остановить движение атомов в поперечном направлении, т.е. в плоскости решетки
- Необходимо также иметь ввиду, что флуктуации связывающего поля ловушки приводят к неустранимому параметрическому разогреву движения атома

Общее заключение

- Конструирование квантового процессора предполагает перенос возможностей квантовой физики на макроскопические масштабы, что не является столь просто решаемой задачей
- Спиновая система атомов обладает определенными преимуществами перед другим параллельно разрабатываемыми физ. платформами:
  - Электрическая нейтральность атомов позволяет собрать массивы из сотен атомных спинов, сохранив индивидуальную адресацию
  - Время декогеренции состояния квантового регистра потенциально может достигать секундных длительностей
  - Механизм запутывания спиновых «кубитов» основан на естественном и надежно управляемом механизме межатомного взаимодействия, подразумевая не только ридберговский канал, но и прямое взаимодействие атомов
- Оптимизация процесса еще не представляется полностью исчерпанной + схемы «квантовой коррекции ошибок»
- Представляется разумным смещение интересов в направлении квантовых симуляций, квантовой химии (физики макромолекул) и физики фазовых переходов => NISQ= Noisy intermediate-scale quantum algorithms

Почему так трудно продвигаемся?

D. Bluvstein et al
Nature **604**, 451–456 (2022)

A. J. Daley et al
Nature **607**, 667–676 (2022)

Спасибо за внимание!